مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

استخدام النماذج الرياضية لمعرفة درجة انتشار فيروس كورونا في ليبيا خلال الفترة من 2020.4.13 الى 2021.5.1

*أسماء عبدالقادر و امبارك الشاط [1]
[1]قسم الرياضيات ، كلية الآداب والعلوم أوباري ، جامعة سبها.

الملخص:

تشكل الأمراض المعدية تحدياً كبيراً للبحث العلمي أمام انتشارها السريع والخطير، وكمثال فيروس كورونا (كوفيد-19) الذي تطور إلى جائحة في الآونة الأخيرة بسبب طبيعته المعدية وخصائصه المتغيرة بشكل متكرر والافتقار إلى لقاح أو أدوية فعالة له؛ لذا الحاجة ماسة إلى نموذج لقياس ومنع الانتشار المستمر لهذا الوباء؛ لتقديم خدمات صحية ذكية للحد من الآثار السلبية للوباء.

في هذه الورقة تم دراسة سلوك فيروس كوفيد-19 من خلال ما يعرف بنمذجة الأوبئة وذلك باستخدام نموذج SIR حيث يتم عرض نتائج التحليل كوسيلة للتنبؤ بتفشي المرض في ليبيا في الفترة بين 2020.4.13 إلى 2020.5.1.

الكلمات المفتاحية: جائحة كوفيد-19، حل المعادلة، المعادلات التفاضلية، النمذجة الرياضية، نموذج SIR

Using mathematical models to find out the degree of spread of the Corona virus in Libya during the period from 2020.4.13 to 2021.5.1

*Asma abdulkader and Ambark ashat[1]
Mathematics Department,College of Literatures and Sciences Ubari,Sebha University

A B S T R A C T

Infectious diseases are considered as a major challenge to scientific research, In terms of its rapid and dangerous spread. An example is the Corona virus (Covid-19), which developed into a pandemic recently due to its contagious nature, its frequently changing characteristics, and the lack of a vaccine or effective drugs for it. Therefore, there is an urgent need for a model to measure and prevent the continued spread of this epidemic in order to provide smart health services and reduce the negative effects of the epidemic.

In this paper, the behavior of the Covid-19 virus has been studied through what is known as epidemiological modeling, using the SIR model, where the results of the analysis are presented as a means to predict the disease in Libya between 13-April-2020 to 1-May-2021

Keywords: COVID-19 pandemic, solution of equation, differential equations, Mathematical modeling, SIR model.

المقدمة

مرض فيروس كورونا 2019 (المعروف باسم COVID-19) المرتبط بالمتلازمة التنفسية الحادة الشديدة (SARSCOV-2). أول حالة تم الإبلاغ عنها لهذا المرض كان في 31 ديسمبر 2019 في ووهان بالصين.

كما أعلن أنه حالة طوارئ صحية عامة تثير قلقاً دوليا من منظمة الصحة العالمية (WHO) في 30 يناير 2020 وكوباء في 11 مارس 2020.

* مؤلف البحث: عناوين البريد الإلكتروني Amb.ashat@sebhau.edu.ly . تاريخ استلام البحث 19 نوفمبر 2023
استلام رد المحكمين 25 ديسمبر 2023 - تم قبوله 27 ديسمبر 2023

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

انتشر الفيروس بسرعة حول العالم وبحسب جامعة جونز هوبكنز فإن العدد الإجمالي للحالات المؤكدة تجاوزت المليون حالة في 2 أبريل 2020. [8]

وعلى غرار دول العالم انتشر فيروس كورونا في ليبيا في 24 من شهر مارس من نفس العام، وبعد إعلان المركز الوطني لمكافحة الأمراض في ليبيا أول إصابة بمرض كوفيد-19 لمواطن ليبي يبلغ 73 عاما، لافتاً أنه كان متواجداً في المملكة العربية السعودية وعاد إلى ليبيا في 5 من شهر مارس.

أوضح المركز الوطني لمكافحة الأمراض التابع لوزارة الصحة بالعاصمة طرابلس أنه تم التأكد من حدوث الإصابة بفيروس كورونا، بعد فحص الحالة مختبرياً من قبل المختبر المرجعي لصحة المجتمع بالمركز الوطني لمكافحة الأمراض. وبلغ مجموع الحالات المؤكدة في ليبيا 35 حالة حتى 15 ابريل 2020.

وكجزء أساسي من الحد لانتشار الفيروس هو مراقبته وتتبع سرعة تفشيه في أي مجتمع. مثل هذه الإجراءات مفيدة لاتخاذ القرار ضد أزمات الصحة العامة.

طريقة واحدة للتنبؤ بالانتشار الديناميكي للوباء هي عن طريق استخدام محاكاة الكمبيوتر باتباع النموذج الرياضي. ومع العديد من البرامج مفتوحة المصدر تقدم هذه الورقة طريقة معممة لتتبع وتقدير انتشار الفيروس في ليبيا بطريقة سهلة.

الدراسة المقترحة يتم تنفيذها باستخدام نموذج SIRوتم معالجة البيانات وعرضها بالاستعانة ببرنامج لغة R.

المواد وطرق العمل:

1- **النمذجة الرياضية:**

يُقصد بالنموذج الرياضي صياغة مسألة ما كتعبير رياضي بدلالة متغيرات، دوال ومعادلات. وتُعرف هذه التعبيرات بالنموذج الرياضي mathematical model للمسألة المعطاة. بينما تُعرف النمذجة الرياضية mathematical modeling بأنها إعداد نموذج ما وحله رياضياً، وتفسير النتائج المتحصل عليها بدلالة سياق التطبيق قيد الدراسة. [2]

يمكن تمثيل العديد من التطبيقات من بينها الأمراض المعدية وكيفية التنبؤ بسلوك انتشارها وكيفية السيطرة عليها.

وضع أول نموذج رياضي أساسي سنة 1920 في إطار دراسة الأوبئة، ولا يزال هذا النموذج المعروف بـ (SIR) مستعملاً إلى يومنا هذا. واحد من الإجراءات البسيطة في هذا النموذج المجزئ (المقسم) هو تقسيم السكان إلى مجموعات مختلفة، ويتم استخدام نموذج (SIR) في علم الأوبئة لحساب عدد السكان المعرضين والمصابين وكذلك السكان المتعافين من المرض. مع ملاحظة أن هذا النموذج يكون مناسباً لشخص تعافى من المرض مرة واحدة وبذلك سيحصل على مناعة، ويكون النموذج غير مناسب إذا كان الشخص مصاب ولكنه غير معدي.

وقبل التطرق لموضوع الورقة البحثية نُعرّف المعادلات التفاضلية والنماذج المتعلقة بها.

2- المعادلة التفاضلية Differential Equation: هي معادلة تحتوي مشتقات لدالة مجهولة في متغير أو أكثر. فإذا كانت الدالة المجهولة تعتمد على متغير واحد فقط (المشتقات هي مشتقات عادية) فالمعادلة تسمى المعادلة التفاضلية العادية (Ordinary differential equation) وعلى كل حال، وإذا كانت الدالة المجهولة تعتمد على أكثر من متغير (فالمشتقات هي مشتقات جزئية) فالمعادلة تسمى بالمعادلة التفاضلية الجزئية (Partial differential equation).[5]

1.2-رتبة المعادلة التفاضلية Order of Differential Equation: هي رتبة أعلى مشتقة تظهر في المعادلة.[6]

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

2.2-حل المعادلة التفاضلية Solution of Differential Equation: هو أية دالة تحقق المعادلة أي تختزلها إلى متطابقة.[5]

3.2-المعادلة التفاضلية الخطية Linear Differential Equation: نقول عن معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الأولى first ordinary differential equation أنها خطية إذا كانت مكتوبة أو يمكن كتابتها في الشكل:[7]

$$\frac{dy}{dx} + P(x) = Q(x) \quad , P(x) \neq 0 \dots\dots\dots (1)$$

3- **نموذج الأمراض المعدية SIR:**

يأتي اسم نموذج SIRاختصاراً المعرضون S(t)، المصابون I(t)، والمتعافون R(t) ويعتمد انتقال العدوى فيه على الاحتكاك بين السكان، فإذا التقى شخص مصاب بشخص معرض وغير محصن ضد المرض فإنه ينقل العدوى إليه.

شكل رقم (1) يبين نموذج SIR

تتم كتابة نموذج SIR بسهولة باستخدام المعادلات التفاضلية العادية (ODEs)، حيث تم صياغة المعادلات؛ لتوصيف تزايد نسبة الإصابة والتعافي بين السكان بافتراض أن معدل انتقال العدوى إلى الأشخاص وتعرضهم للمرض هو موزع توزيعاً منتظماً.

نموذج SIRهو الأساس لنماذج أخرى مماثلة، مثل نموذج SIالذي يُعرف أيضاً كـ SIS هو النموذج الذي يشفى فيه الشخص حامل المرض وهذا الشخص يكون عرضة للإصابة مجدداً.

هنالك نموذج (SEIR) به يتم تصنيف الناس على أنهم عرضة للإصابة، مصابون أو متعافون (1). ويمكن تعديل نموذج (SEIR) بحيث يشمل الاختلاف بسبب التغيرات الموسمية. * نموذج SIR-F مخصص مشتق من ODE SIR. يتم تطبيق SIR-F على مجموعات الأفراد المتوفيين قبل ذهابهم إلى المستشفى كما في دراسة.[9]

1.4-التفاصيل الرياضية لنموذج SIR

لنمذجة تحركات انتشار الأمراض حسب نموذج SIR نحتاج إلى ثلاث معادلات تفاضلية

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

S (t) هو عدد الأشخاص الأصحاء أي المعرضين للإصابة.

I (t) عدد المصابين.

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

R (t) عدد الأشخاص الذين تمت إزالتهم من العدوى؛ نتيجة للعزل أو الشفاء أو الوفاة.

$N = S(t) + I(t) + R(t)$ هو مجموع السكان.

2.4-افتراضات نموذج SIR:

1- يُفترض أن يكون إجمالي عدد السكان ثابت أو كبيراً بما يكفي؛ لجعل من المعقول نمذجة الوباء باستخدام نظام تفاضلي بدلاً من عملية عشوائية.[4]

2- الطريقة الوحيدة التي يمكن للشخص ترك المجموعة المعرضة هي عندما يكون مصاباً، كما أن الطريقة الوحيدة التي يمكن للشخص ترك المجموعة المصابة هي عندما يتعافى من المرض، وبمجرد أن يتعافى الشخص يكون تلقى مناعة كاملة.

3- لا يؤثر العمر والجنس والوضع الاجتماعي على احتمال الإصابة.

4- ليس هناك مناعة مورثة.

5- أي شخص من السكان لديه نفس التفاعل مع أي شخص آخر وبنفس الدرجة.

مستخدمين الشروط الأولية والتي تتوافق مع بداية الوباء، حيث

$$S(0) = N - 1 \quad , \quad I(0) = 1, \qquad R(0) = 0$$

كما يمكن تبسيط المعادلات التفاضلية أعلاه على النحو التالي:[9]

$$\frac{dx}{dt} = -\rho xy \ \dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dy}{dt} = \rho xy - \sigma y \ \dots\dots\dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{dz}{dt} = \sigma y \dots\dots\dots\dots\dots . (7)$$

$$\mathrm{R}_0 = \rho\, \sigma^{-1} = \beta\, \gamma^{-1} \dots\dots\dots\dots\dots (8)$$

حيث R_0 تمثل معدل التكاثر (معدل الاتصال)، مما يعنى أن إصابة واحده ستسبب عدوى جديدة. كما تُعرف R_0 بأنها المنتج لمعدل الاتصال β وهي المعلمة الأكثر فعالية لاختيار التدخلات. بمعنى آخر، يُخبرنا R_0 عن المعدل الأولي لانتشار المرض. ومن ثم إذا كان $\mathrm{R}_0 > 1$ ، فسيحدث وباء، وإذا كان $\mathrm{R}_0 < 1$ ، فسوف يتعافى المصابون.(أو يموتون) دون القدرة على استبدال أنفسهم بعدوى جديدة. [8]

3.4-جائحة فيروس كورونا في ليبيا:

انتشرت جائحة فيروس كورونا لعام 2020 في ليبيا ابتداءً من يوم الثلاثاء 24 مارس 2020، بعد إعلان المركز الوطني لمكافحة الأمراض في ليبيا أول إصابة بمرض كوفيد-19 لمواطن ليبي يبلغ 73 عاما، لافتاً أنه كان متواجداً في المملكة العربية السعودية وعاد إلى ليبيا في 5 مارس. وأوضح المركز الوطني لمكافحة الأمراض التابع لوزارة الصحة بالعاصمة طرابلس، أنه تم التأكد من حدوث الإصابة بفيروس كورونا، بعد فحص الحالة مختبريا من قبل المختبر المرجعي لصحة المجتمع بالمركز الوطني لمكافحة الأمراض. وبَلغَ مجموع الحالات المؤكدة في ليبيا 35 حالة حتى 15 إبريل 2020.

1.3.4- تطبيق نموذج SIR على حالة ليبيا:

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

وفق الإحصائيات المقدمة إلى غاية مساء1 مايو 2021 بَلغَ العدد كما يلي :177892 مصاب، 3032 متوفي، 153290 متعافي، أما العدد تحت الحجر المعلن عليه هو 977083 شخص.

بفرض أن (المجتمع) التزم بقواعد الحجر، كم يكون تقدير العدد المصاب والعدد المعافى وكذلك كم يكون تقدير الوفيات؟

النماذج الرياضية المطبقة في علم الأوبئة تعطينا بعض التقدير، وبتطبيقنا لنموذج SIR لنمذجة تحركات انتشار المرض نحتاج إلى ثلاث معادلات تفاضلية (مذكورة سابقاً)، وتطبيقها على برنامج لغة R وفقاً للمعطيات الآتية: (177892 مصاب Infected)، (153290 متعافي Recovered) علما أن الأشخاص الذين هم تحت الحجر الصحي يقدر بـ (977083 Susceptible)أما بخصوص المعلمات: بيتا وغاما ونيو فتتمثل كما يلي:

جدول رقم (1) يبين معلمات نموذج SIR

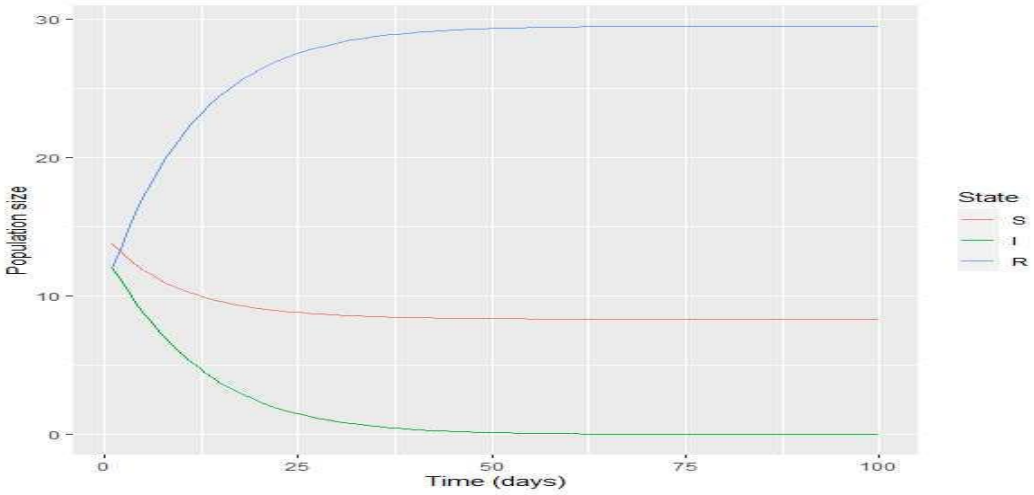
المعلمة	الرمز	الوصف
بيتا	B	يمثل معدل انتقال المرض عن طريق الاتصال بين الأفراد المعرضين للإصابة
غاما	Γ	يمثل معدل التعافي من الإصابة
نيو	Nu	المعدل الذي يتم فيه تطعيم المعرضين للإصابة

ومن خلال البيانات فإن قيم المعلمات كانت على النحو التالي:

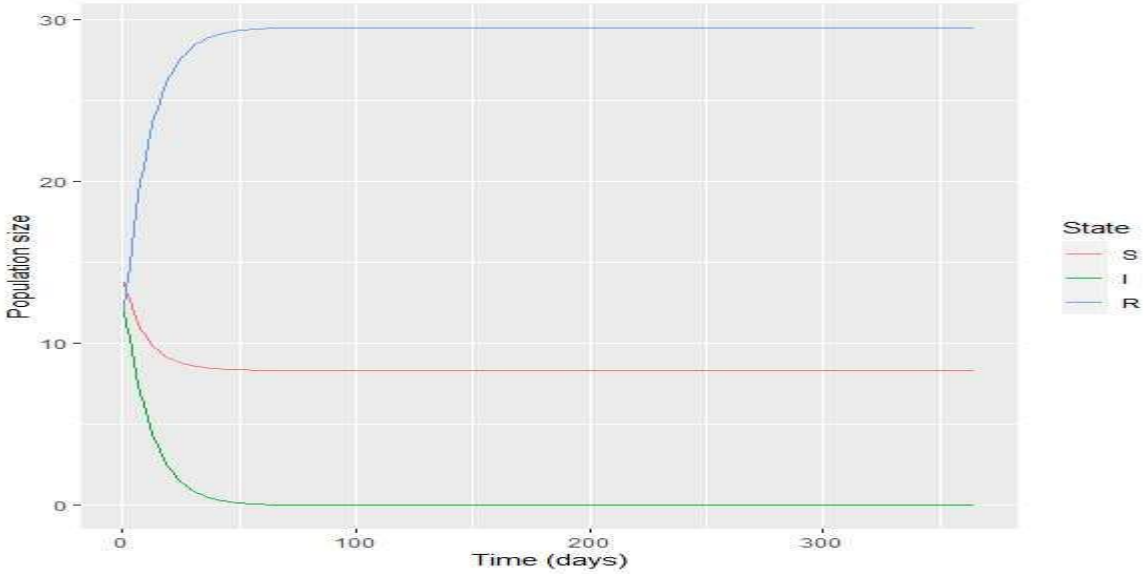
المعلمة	القيمة
بيتا	$\beta = 0.135$
غاما	$\gamma = 0.124$
نيو	$Nu = 10\%$

السؤال المطروح هنا متى يتقلص عدد الوفيات من خلال المعطيات الحالية؟

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/



الشكل رقم (2) يبين منحنى البيانات لـ 100 يوم



الشكل رقم (3) يبين منحنى البيانات لفترة الدراسة.

5-دراسة انتشار فيروس كوفيد-19

بتاريخ 24مارس 2020 أعلن المركز الوطني لمكافحة الأمراض في ليبيا عن أول اصابة بفيروس كوفيد-19، ويخص هذا لمواطن ليبي عمره 73 عاما، لافتا أنه كان متواجد في المملكة العربية السعودية وعاد إلى ليبيا في 5 مارس. بعدها توالت الإصابات وبدأ الانتشار من منطقة لأخرى، بلغت الإصابات إلى غاية يوم 2020/05/1 (177892) إصابة.[1]

[1] المركز الوطني لمكافحة الأمراض.

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

بعد دراستنا لنموذج SIR في الفقرة السابقة، يتبن لنا ومن خلال الشكلين السابقين ان معدل الإصابة ومعدل الشفاء ضلَّ ثابتاً؛ مقارنةً بالثلاث الأشهر الأولى لانتشار المرض، مع المدة المقترحة للدراسة أي أنه كان هناك استقرار في عدد الإصابات وعدد حالات الشفاء. كما يفيدنا هذا النموذج في حساب معلمة مهمة نستخدمها في معرفة انتشار هذا الفيروس، تدعى هذه المعلمة " معدل التكاثر R_0 " R–nought ما هو هذا المعدل؟ وما فائدته؟

R_0 :هو وسيط "معلمة "يقيس عدد الأشخاص الذي سيقوم الشخص المصاب بعداهم، وفي هذه الحالة يكون جميع الناس عرضة للإصابة، فتحديد هذا المعدل مهم لعلماء الأوبئة الذين يدرسون سلوك انتشار فيروس مثل الكوفيد . 19.

يحسب **معامل التكاثر** كما يلي: **معامل بيتا /معامل غاما:**

لكن من الذي يجعل هذه المعلمة مفيدة وغاية في الأهمية؟ من فوائده نجد معرفة سرعة انتشار الفيروس في البداية وبناء على ذلك تحديد الخطورة المحيطة بالسكان.

خبراء الأوبئة صنفوا لنا هذه الحالات وهي:

إذا كان $R_0 = 0$ في هذه الحالة لا توجد خطورة.

وإذا كان $R_0 = 1$ نعتبرها حالة مستقرة أي أن (الشخص المصاب يعدي شخص واحد فقط والمصاب الجديد يعدي هو الأخر شخص واحداً).

أما إذا كانت $R_0 > 1$ هنا تكمن الخطورة ونُعدّه مرض منتشر، مثلا $R_0 = 2$ تعني أن الشخص المصاب ينقل العدوى إلى اثنين والمصابين ينقلان العدوى إلى أربعة أشخاص ثم 8و 16، ... وهكذا.

تخيلوا لوكان $R_0 = 5$ كيف تكون متتالية الإصابات؟

بالرجوع إلى بيانات دراستنا، نجد أن معدل انتقال المرض عن طريق الاتصال بين الأفراد المعرضين "**بيتا**" = **0.135** ، بينما معدل التعافي من الإصابة **غاما** = 0.124 .

منها نجد أن معدل التكاثر $R_0 = 1.08$ أي أن كل شخص يعدي شخص واحد.

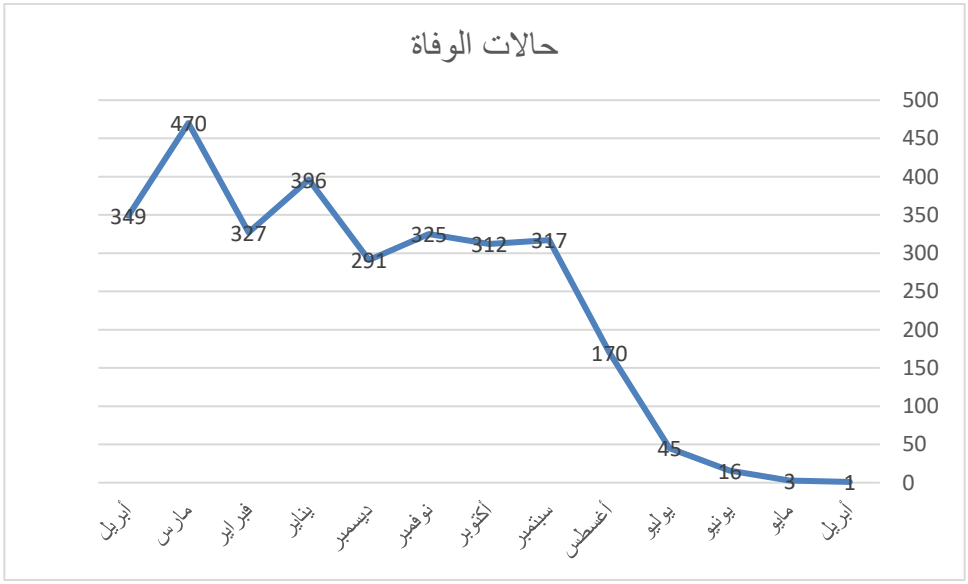
في الأخير وجب التطرق إلى نقطة هي الأخرى مهمة من حساب R_0 وهي تقدير عدد الأشخاص الذين من المكن أن يكونوا بعيدين عن العدوى، بتعبير آخر R_0 يعطي نسبة عدد السكان الذين يجب عليهم أخذ اللقاح للقضاء على هذا المرض.

من خلال الإحصائيات الموجودة هذه النسبة تساوي: $1 - \frac{1}{R_0} = 0.1$.

يعني أكثر من 10%من السكان في هذه الحالة وجب عليهم أخذ اللقاح.

على الرغم من أهمية R_0 إلا أنها لا تدل على خطورة الفيروس، ولكن إذا نظرنا إلى معدل الإماتة (CFR) فإن الأمر يدعو للقلق ويطرح عدة تساؤلات: هل البيانات المتحصل عليها دقيقة؟ هل النظام الصحي يحتاج لتطوير؟

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/



الشكل رقم (4) يبين عدد حالات الوفاة بحسب الأشهر.

النتائج والمناقشة:

1- من خلال هذه الدراسة تبين لنا، أهمية التطبيقات الرياضية في فهم والكشف عن مخاطر انتشار الأمراض والتنبؤ بسرعة انتشارها؛ من أجل اتخاذ الإجراءات اللازمة لاحتوائها والحد من انتشارها.

2- تبين لنا أن خطورة فيروس كورونا ليست في معدل وسرعة انتشاره، وإنما في معدل الإماتة فكلما ازداد معدل الإماتة نستطيع القول بأن الفيروس يشكل خطراً على السكان.

3- معدل انتقال المرض عن طريق الانتقال بين الأفراد المعرضين للإصابة $R_0 \sim 1$ مما يعد طبيعي.

التوصيات:

1- العمل على إيجاد قاعدة بيانات وطنية للأشخاص المصابين بالأمراض السارية والمتوطنة؛ من أجل تقديم الدعم اللازم لهم في حالات الطوارئ.

2- العمل على تلقيح أكبر عدد ممكن من السكان؛ من أجل تقليل معدل انتشار الفيروس.

3- التشجيع على التشخيص المبكر، والتباعد الجسدي والعزل الذاتي؛ يُعدّ من الوسائل الكفيلة بالحدّ من انتشار الوباء.

قائمة المراجع

[1] بداوي وصلاح الدين.2020. استخدام النماذج الرياضية لمعرفة درجة خطورة جائحة كورونا في الجزائر للفترة (2020/3/1 إلى 2020/4/10)، مجلة التمكين الاجتماعي، الجزائر.

[2] الزروق، غزلان وآخرون.2018م. استخدام المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأولى لنمذجة تركيز الأدوية بالجسم، المؤتمر السنوي الثاني حول نظريات وتطبيقات العلوم الأساسية والحيوية، مصراته–ليبيا.

[3] كاثرين ودعاء.2017م. استخدام نموذج SIRفي علم الاوبئة لحساب عدد السكان المعرضين والمصابين والمتعافين لبعض الأمراض المعدية، بحث مقدم لنيل شهادة بكالوريوس في علوم الرياضيات الطبية، جامعة القادسية العراق.

مجلة جامعة فزان العلمية
Fezzan University scientific Journal
Journal homepage: wwwhttps://fezzanu.edu.ly/

[4] نيكولاس.2020. ذروة الوباء في نموذج SIR وحدة النمذجة الرياضية والحاسوبية للأنظمة المعقدة، باريس، فرنسا.
[5] م.سبيجل. ترجمة: جهيمة، رمضان وآخرون.1998م. المعادلات التفاضلية التطبيقية، الجزء الأول، منشورات جامعة الفاتح، طرابلس
[6] جهيمة، رمضان وغليو، حسين محمد.2003م، المعادلات التفاضلية، الطبعة الأولى، دار الكتاب الجديد المتحدة.
[7] بن الأشهر، علي ممطفى.2005م.المعادلات التفاضلية مقاربة تطبيقية، الطبعة الأولى، أكاديمية الدراسات العليا- طرابلس.

[8]Florence D´ebarre, Theoretical Biology Institute of Integrative Biology, ETH Z¨urich
[9]Ismael Abdulrahman, SimCOVID: Open-Source Simulation Programs for the COVID-19 Outbreak, 2020
[10]Saad Awadh Alanazi, et al, Measuring and Preventing COVID-19 Using the SIR Model and Machine Learning in Smart Health Care, Journal of Healthcare Engineering, 2020.